



DOI: 10.18605/2175-7275/cereus.v8n3p35-52

UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA PRODUÇÃO E EXPORTAÇÃO DE SOJA NO TOCANTINS ATÉ 2025

CRUZ, Pedro Alexandre da¹
ROSA, Laina Pires²
CRUZ, Leandra Cristina³

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi fazer o uso da modelagem matemática, aplicando modelos matemáticos e realizando simulações numéricas, buscando obter perspectivas futuras para a tomada de melhores decisões com relação a produção e exportação de soja no Tocantins. O Estado vem se destacando ao longo dos anos na área agrícola, principalmente no cultivo de grãos. Após a criação da região MATOPIBA, formada por municípios dos estados do Maranhão, Tocantins, Piauí e Bahia, fez que o Estado do Tocantins se tornasse alvo para grandes produtores, devido a extensa área para produtividade e o baixo preço de suas terras. A soja é uma fonte abundante para aproveitamento alimentício, devido ao alto valor proteico. O Estado do Tocantins produziu na safra 2014/2015 2,4 milhões de

1 Doutor em Matemática Aplicada pela USP. Professor do colegiado de Ciências Exatas e Biotecnológicas da Universidade Federal do Tocantins. E mail para correspondência: pedrocruz@uft.edu.br.

2 Acadêmica do curso de Engenharia de Bioprocessos e Biotecnologia pela Universidade Federal do Tocantins. E mail: laina_eng@uft.edu.br.

3 Doutoranda em Engenharia de Alimentos pela UNESP. Professora do colegiado de Ciências Exatas e Biotecnológicas da Universidade Federal do Tocantins. E mail: leandracruz@uft.edu.br.

toneladas de soja. Modelos de dinâmica populacional, como os modelos de *Malthus* e *Verhulst*, são aplicados para realizar projeções da produção e exportação de soja até 2025 no estado do Tocantins, sendo que ambos os modelos possuem viabilidade quanto à sua utilização, e apresentando assim resultados confiáveis.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Soja, Tocantins, Modelo de Malthus, Modelo de Verhulst

MATHEMATICAL MODELS IN NUMBER OF PRODUCTION SIMULATION AND SOYBEAN EXPORTS IN 2025 TO TOCANTINS

ABSTRACT

The aim work was to make use of mathematical modeling, applying mathematical models and performing numerical simulations, seeking future perspectives for making better decisions regarding the production and exportation of soybeans in Tocantins. The State has been highlighted over the years in agriculture, especially grain farming. After the creation of MATOPIBA region, formed by the cities of the States of Maranhão, Tocantins, Piauí and Bahia, did the Tocantins's State became target for large farmers, due to extensive area for productivity and low price of their land. The soybean is an abundant source for food use due to the high protein value. The State of Tocantins produced in crop year 2014/2015 approximately 2.4 million tons of soybeans, which has given great emphasis to the State in soybean production. Population dynamics models, such as Malthus and Verhulst models, are applied to make projections of production and export of soybeans by the year 2025 in the Tocantins State, and it was noted that both models have viability for their use, and thus presenting reliable results.

Key Words: Mathematical Modelling, soybean, Tocantins, Malthus

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, poucos países cresceram tanto quanto o Brasil no comércio internacional de produtos agropecuários. Hoje, o Brasil é um dos líderes mundiais na produção e exportação de vários produtos agropecuários, dentre eles a soja. Em 2013, o Brasil se tornou o maior exportador mundial de soja e desde então, vem mantendo esta posição de líder mundial. Em 2014, o Brasil exportou 45,6 milhões de toneladas de soja em grãos (ANEC, 2015; SECEX, 2015). De acordo com a ABIOVE (2015), foram exportadas 48 milhões de toneladas de soja em 2015. Segundo o *United States Department of Agriculture (USDA)*, na safra 2015/2016 o Brasil será o maior exportador de soja do mundo, com 54,5 milhões de toneladas de soja em grão exportadas, correspondendo num aumento de 9,44% em relação à safra de 2014/2015 (CONAB, 2015).

A cultura da soja além de ser uma fonte abundante para aproveitamento alimentício, o grão possui alto valor proteico (até 50%), o que a torna uma das culturas que vem recebendo mais investimentos, sendo alvo de pesquisadores e suas

pesquisas, com o objetivo de melhorar sua qualidade e produtividade (DROS, 2004; MARION, 2004).

Desde a criação do Estado do Tocantins (5 de Outubro de 1988), o mesmo vem crescendo no setor do agronegócio. Novas áreas estão se abrindo para produção, lavouras em crescimento e principalmente o aumento da produtividade. Muitos fatores contribuem para o crescimento da produção de grãos, como água abundante, energia, logística de escoamento e principalmente o uso de novas tecnologias no campo, como manejo do solo, escolha da semente, até a adubação. Hoje o Estado conta com uma área plantada de 1,2 milhão de hectares de soja, com possibilidade para expansão de até 8 milhões de hectares (SEAGRO, 2015).

Em 1990, o Estado contabilizava apenas 35.140 toneladas de soja produzidas por ano. Na safra 2014/2015, esse número saltou para 2,4 milhões de toneladas, ou seja, um aumento de 6,9%. A tendência, é que o crescimento permaneça, com safras recordes (SEAGRO, 2016). “Na safra 2014/15, segundo a Conab (2015), a produção de grãos no Tocantins já cresceu 25,7%. O Estado produziu 4,2 milhões de toneladas de

grãos, contra 3,3 milhões da safra passada.

A soja é o carro-chefe da exportação tocantinense sendo responsável por 80,17% dos embarques, pois toda a soja produzida no Tocantins tem uma preferência grande do mercado asiático, principal comprador da leguminosa no mundo, devido ser produzida a soja convencional, vendida em grão, enquanto outros exportadores, plantam a soja transgênica que não corresponde à expectativa de aumento na produtividade.

Segundo Perera 2003, a gestão do agronegócio da soja tem passado por uma série de transformações decorrentes da crescente integração dos mercados, o que tem implicado preocupação com o desenvolvimento e o fortalecimento das forças competitivas. Essa nova realidade leva as empresas de agronegócio a focarem seus esforços na competitividade além de suas unidades produtivas. A soja hoje é o nosso principal produto agrícola de exportação, porém deficiência em sua produção e na logística de exportação encarecem o custo final e reduzem sua competitividade (KUSSANO, 2012).

O presente trabalho busca realizar simulações numéricas, fazendo o uso da modelagem matemática, para obter perspectivas futuras de produção e exportação de soja do Estado do Tocantins, a partir dos dados fornecidos pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA, 2015), Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB) e Secretaria de Agricultura do Estado do Tocantins (SEAGRO) provenientes das Projeções do Agronegócio. Considerando os aspectos relevantes da soja como *commodity* destinada a exportação procurou-se avaliar os aspectos da capacidade de produção e exportação de soja do Estado para que se possa obter uma soja com alta competitividade para o mercado.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA E MÉTODOS UTILIZADOS

Os modelos matemáticos de simulação são ferramentas que permitem analisar cenários, considerando diversos fatores que influenciam a produtividade das culturas. Dessa forma, é possível avaliar as estratégias mais adequadas em cada condição específica, podendo

modificar essa estratégia, caso a mesma não seja a mais adequada (PARIZI, 2010). Na agricultura, podem ser empregados diversos tipos de modelos, mas devido à complexidade dos sistemas agrícolas, assim como de outros sistemas naturais, os modelos de simulação de culturas apenas representam uma aproximação do que ocorre na realidade.

O estudo da dinâmica de populações lida com as variações, no espaço – tempo, das densidades demográficas e tamanhos das populações. Tal estudo, não se restringe apenas à compreensão da variação do número de indivíduos de uma certa população, mas também pode ser aplicado ao estudo do crescimento de animais, controle biológico de pragas, estratégia de crescimento de cidades, estratégias de pesca, dentre outras aplicações. Os modelos matemáticos mais simples e aplicados que tratam da dinâmica populacional são os Modelos de *Malthus* e *Verhulst* (GRACIAS, LOURENÇO, 2010). Esses modelos contam com um inestimável valor histórico: o modelo de *Malthus*, introduziu a percepção de que os recursos da natureza não são inesgotáveis e o modelo de *Verhulst*,

deu um passo a mais mostrando que os modelos matemáticos de dinâmica populacional, dentro de suas hipóteses básicas, permitam que se possam fazer previsões bastantes acuradas do crescimento de uma população. Esses modelos tratam do crescimento de populações (CRUZ et al., 2016), porém, é possível aplicá-los no estudo da produção e exportação de soja, pois os dados apresentados nas projeções do agronegócio brasileiro mostram características de crescimento populacional, ou seja, dados com crescimento exponencial e regiões com estabilidade.

2.1 MODELO EXPONENCIAL – *MALTHUS*

O primeiro modelo matemático para o crescimento populacional de espécies foi o modelo de *Malthus*, proposto pelo britânico Reverendo Thomas Robert Malthus (1766-1834). Seu primeiro artigo sobre populações surgiu em 1798, e seus trabalhos tiveram grande influência nas ideias de Charles Darwin e Alfred Russel Wallace e, proveu-os com fundamentos básicos para o conceito de seleção natural. A hipótese básica do modelo é que a população cresce sem qualquer restrição, não admitindo

fatores que regulam seu crescimento (ZILL, 2009), e é representado por uma equação diferencial de primeira ordem e pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{dP}{dt} = rP(t) \quad (1)$$

Admitindo-se uma taxa de crescimento contínua, o modelo de *Malthus* apresenta como solução a função:

$$P(t) = P_0 e^{rt} \quad (2)$$

onde P_0 é a população inicial, r é a taxa de crescimento e t é o tempo.

O modelo de *Malthus* não prevê qualquer tipo de inibição para o crescimento populacional, ou seja, este modelo pode não ser adequado para representar o que ocorre em muitas populações durante um intervalo de tempo razoavelmente longo.

2.2 MODELO DE VERHULST

O matemático belga Pierre-François *Verhulst* (1804-1849) foi quem propôs o modelo de *Verhulst*, um modelo mais realista, em que introduziu uma equação como um modelo de crescimento da população humana, seguindo uma formulação moderna. O modelo supõe que a

população sofre inibições naturais em seu crescimento, ou seja, a população crescerá até um limite máximo, tendendo a se estabilizar (ZILL, 2009), conforme a equação diferencial abaixo:

$$\frac{dP}{dt} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right) \quad (3)$$

A solução da Equação (3) é obtida utilizando o método das variáveis separáveis, juntamente com o uso da técnica de integração de frações parciais, sendo:

$$P(t) = \frac{K \cdot P_0}{P_0 + (K - P_0) \cdot e^{-rt}} \quad (4)$$

onde P é o número de indivíduos no instante t , K representa o valor limite para a população, P_0 é a população inicial, r é a taxa de crescimento.

2.3 MÉTODOS PARA APLICAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

Para a realização deste trabalho foram aplicados os modelos de *Malthus* e *Verhulst*, nos quais possuem viabilidade de aplicação ao estudo da produção e exportação de soja do Estado do Tocantins. As Tabelas 1 e 2 representam, respectivamente os dados da produção e exportação de soja no Estado do Tocantins.

Tabela 1: Produção de soja no Tocantins.

Safra	Tempo	Produção (em mil toneladas)
1997/98	0	80,2
1998/99	1	93,8
1999/00	2	136,7
2000/01	3	138,6
2001/02	4	262,5
2002/03	5	377,7
2003/04	6	606,6
2004/05	7	921,3
2005/06	8	700,4
2006/07	9	646,5
2007/08	10	910,9
2008/09	11	856,4
2009/10	12	1071
2010/11	13	1227,1
2011/12	14	1382,9
2012/13	15	1536,4
2013/14	16	2058,2
2014/15	17	2475,7
2015/16	18	1808,8

Fonte: CONAB 2015

Para utilizar o modelo de *Malthus* na produção e exportação de soja foi considerado que a taxa de crescimento da população r , Equação (1) é a taxa de crescimento da produção e exportação de soja no Tocantins. Utilizando os dados da

Tabela 1 e aplicando a metodologia do método dos quadrados mínimos para a calibração do modelo foram obtidos os valores da taxa de crescimento r e a produção inicial de soja P_0 , Equação (2).

Tabela 2: Exportação de soja no Tocantins.

Ano	Tempo	Exportação (em mil toneladas)
1997	0	9,4
1998	1	22,7
1999	2	20,5
2000	3	20,4
2001	4	6,4
2002	5	83,7
2003	6	185,2
2004	7	362,6
2005	8	590
2006	9	633,9
2007	10	434,5
2008	11	551,8
2009	12	557,8
2010	13	677,1
2011	14	712,9
2012	15	796,8
2013	16	875,6
2014	17	1243,2
2015	18	1570,5

Fonte: MAPA 2015

Para a calibração do Modelo de *Verhulst*, foi suposto que o parâmetro P_0 , Equação (4) é muito próximo ao do Modelo de Malthus Equação (2) e para estimar qual seria o valor limite K Equações (3 e 4) para a produção e exportação de soja no Estado de

Tocantins, utilizou-se o método de Ford-Walford (BASSANEZI, 2002). Para obter uma boa estimativa do valor K é necessário que sejam conhecidos níveis de produção e exportação, no período no qual a taxa de crescimento da produção já

começou a estabilizar e não no início do processo, onde o modelo funciona como modelo exponencial (Modelo de *Malthus*). O método de Ford-Walford, basicamente supõe que não há mais variação da produção e exportação de soja, isto é, $P_{t+1} = P_t$. Dessa forma a estimativa do valor K é obtida relacionando os valores da produção e exportação nos instantes t e $t + 1$. Após obter o valor limite K para a produção e exportação, a estimativa para a taxa de crescimento r foi realizada com base nos dados das Tabelas 1 e 2 e na expressão do próprio modelo de *Verhulst*. Isolando-se o valor de r no modelo, obtém-se:

$$r = -\frac{1}{t} \ln \left[\frac{P_0 \left(\frac{K}{P} - 1 \right)}{P(K - P_0)} \right] \quad (5)$$

A parte computacional do trabalho foi desenvolvida utilizando os softwares Excell® e Gnuplot®.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

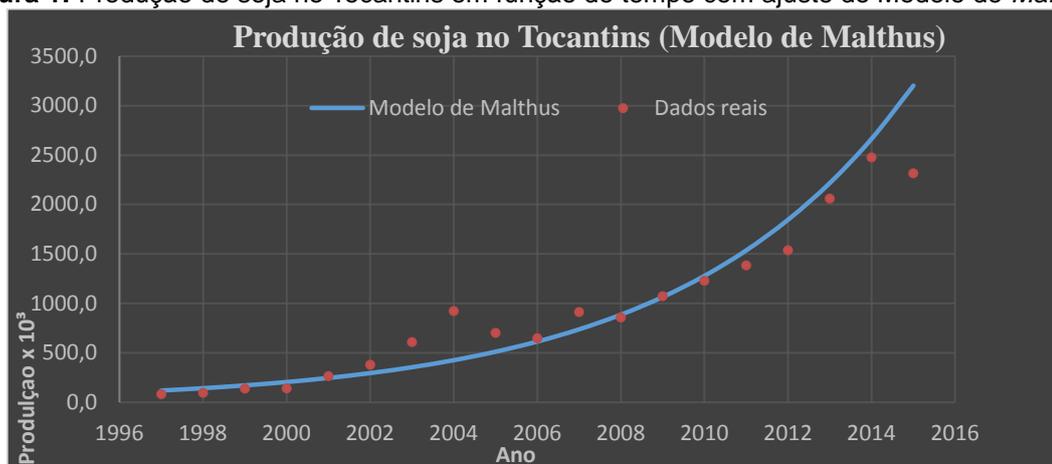
Os resultados obtidos neste trabalho para a produção e exportação

da soja são apresentados a seguir separadamente. Em cada conjunto de dados, produção e exportação da soja, aplicando-se os dois modelos propostos acima para verificar qual deles descreve melhor o perfil de produção e exportação, e ao final, realizou-se projeções futuras.

3.1 PRODUÇÃO DE SOJA

Os resultados obtidos aplicando os modelos de *Malthus* e *Verhulst* nos dados apresentados na Tabela 1 são apresentados a seguir. Para o modelo de *Malthus* a taxa de crescimento média da produção r obtida pelo método dos mínimos quadrados, foi de 0.1837 conforme Equação (1), com $P_0 = 117.4 \times 10^3$ toneladas de soja Equação (2). A figura 1 apresenta os resultados numéricos obtidos com o Modelo de *Malthus* para a produção de soja, juntamente com os dados reais. Pode-se observar um bom ajuste do modelo com os dados reais da cultura da soja (Tabela 1).

Figura 1: Produção de soja no Tocantins em função do tempo com ajuste do Modelo de *Malthus*.

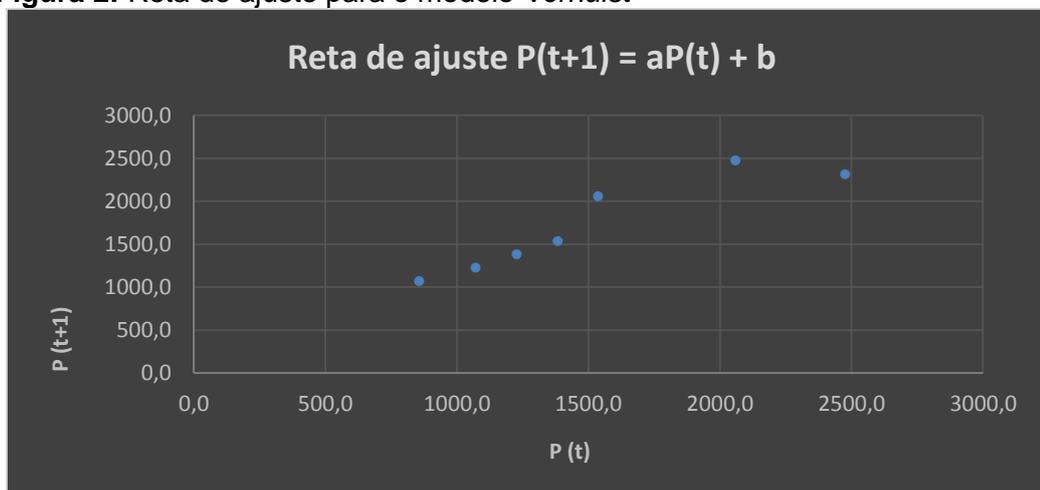


FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Para o modelo de *Verhulst* o valor do parâmetro P_0 foi o mesmo utilizado para o Modelo de *Malthus*. O valor limite K foi estimado utilizando o método de Ford-Walford. Para se obter uma boa estimativa do valor de K , necessita-se de dados da produção onde a taxa de crescimento começa a se estabilizar. Observando a Tabela 3, nota-se que este fato ocorre a partir de 2008 ($t = 11$).

Supõe-se que, para o método de Ford-Walford, uma vez em equilíbrio a produção não varia, ou seja, $P_{t+1} = P_t$, dessa forma o valor limite K é obtido relacionando os valores da produção nos instante t e $t + 1$, e a partir dos pontos obtidos, ajusta-se uma reta que descreve como a produção está relacionada, $P_{t+1} = aP_t + b$, conforme a figura a mostra Figura 2. Para encontrar este valor, bastou determinar a intersecção desta reta com a bissetriz, supondo que no valor limite, a produção não irá variar, $P_{t+1} = P_t$. Desta forma, fazendo a intersecção desta reta com a bissetriz, obteve-se o valor limite da produção.

Figura 2: Reta de ajuste para o modelo *Verhulst*



FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Fazendo a intersecção da reta com a bissetriz, obtêm-se o valor

A estimativa para taxa de crescimento r foi feita com base nos valores da CONAB (2015) e na expressão dada pela Equação (5). O valor médio do parâmetro r para período considerado foi $r = 0.2181$. A

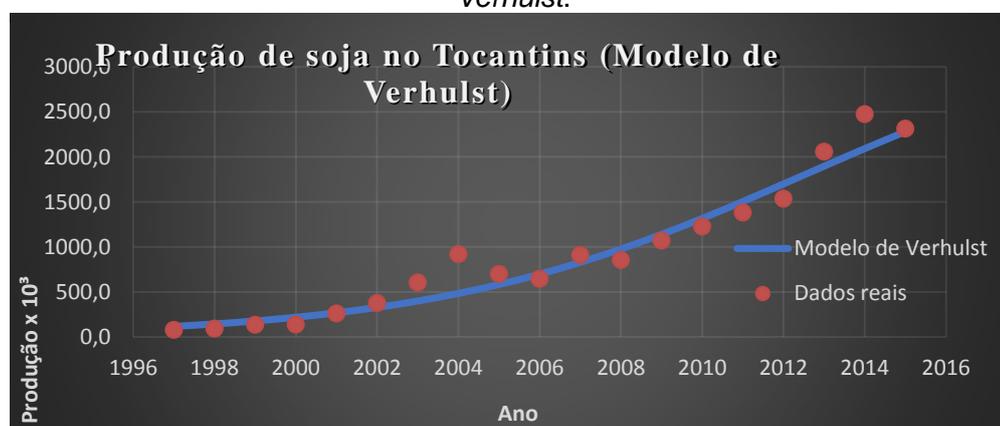
Figura 3 apresenta os resultados numéricos obtidos com o Modelo de *Verhulst* para a produção de soja, juntamente com os dados reais. Pode-se observar um bom ajuste do modelo com os dados reais da cultura da soja (Tabela 1).

Tabela 1. Valores utilizados no método de Ford–Walford e crescimento relativo da Produção de soja.

t	P(t)	P(t+1)	Crescimento Relativo
11	856,4	1071	-0,059830936
12	1071	1227,1	0,250583839
13	1227,1	1382,9	0,145751634
14	1382,9	1536,4	0,126966017
15	1536,4	2058,2	0,110998626
16	2058,2	2475,7	0,339625098
17	2475,7	2314,8	0,202847148

FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Figura 3: Produção de soja no Tocantins em função do tempo com o ajuste do Modelo de *Verhulst*.



FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Através dos resultados obtidos uma comparação básica entre os modelos propostos foi realizada a partir do cálculo do erro relativo. Os resultados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Erro Relativo entre os valores obtidos pelos modelos e os valores apresentado pela CONAB

Tempo	Malthus	Verhulst
	$ P_{\text{real}} - P_{\text{obs}} / P_{\text{obs}}$	$ P_{\text{real}} - P_{\text{obs}} / P_{\text{obs}}$
0	0,3166	0,3166
1	0,3349	0,3523
2	0,1933	0,2337
3	0,3194	0,3678
4	0,0727	0,023
5	0,2845	0,1507
6	0,7167	0,5187
7	1,1698	0,9044
8	0,3727	0,202
9	0,0544	0,0729
10	0,2364	0,0995
11	0,0327	0,1225
12	0,0067	0,0597
13	0,0401	0,0673
14	0,0998	0,08
15	0,1677	0,0951
16	0,0719	0,0864
17	0,0712	0,1844
18	0,2773	0,0157
Média	0,2547	0,2080

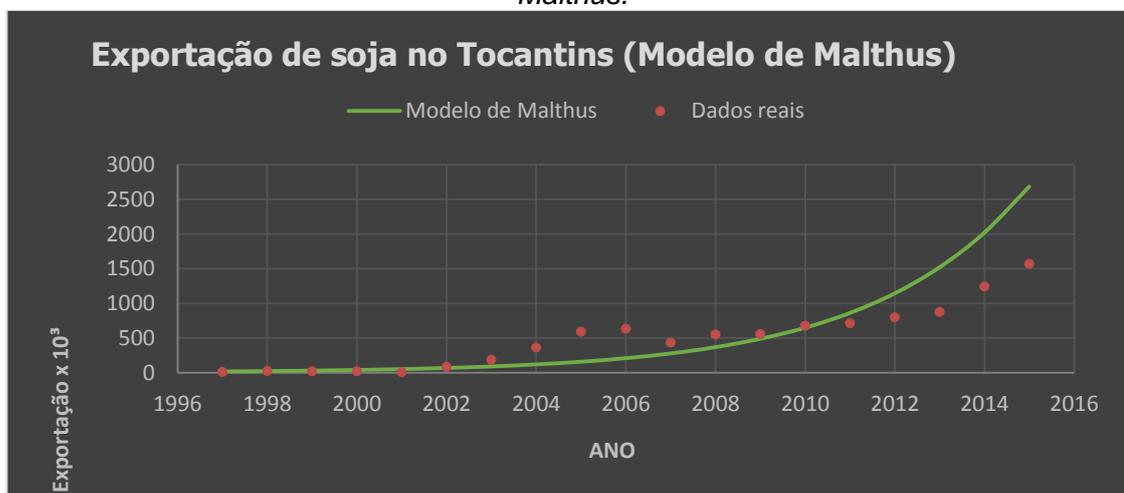
FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Os resultados mostram que com os ajustes feitos para ambos os modelos conforme as Figuras 1 e 3, o modelo de *Verhulst* apresentou o melhor ajuste aos dados da produção de soja. Além disso, observa-se que em média, os erros relativos do modelo de *Verhulst* foram menores que os obtidos pelo modelo de *Malthus* (Tabela 4).

3.2 EXPORTAÇÃO DE SOJA

O mesmo procedimento feito para a produção de soja no estado do Tocantins foi aplicado para a exportação de soja aplicando os dois modelos propostos aos dados do MAPA (2015) (Tabela 2). A figura 4 apresenta o ajuste do modelo de *Malthus* para os dados de exportação da soja. Para o modelo de *Malthus*, a taxa de crescimento médio para a exportação de soja foi a mesma para a produção, ou seja, $r = 0.1837$ Equação (1), com $P_0 = 16.041$ toneladas de soja Equação (2).

Figura 4: Exportação de soja no Tocantins em função do tempo com ajuste do Modelo de *Malthus*.

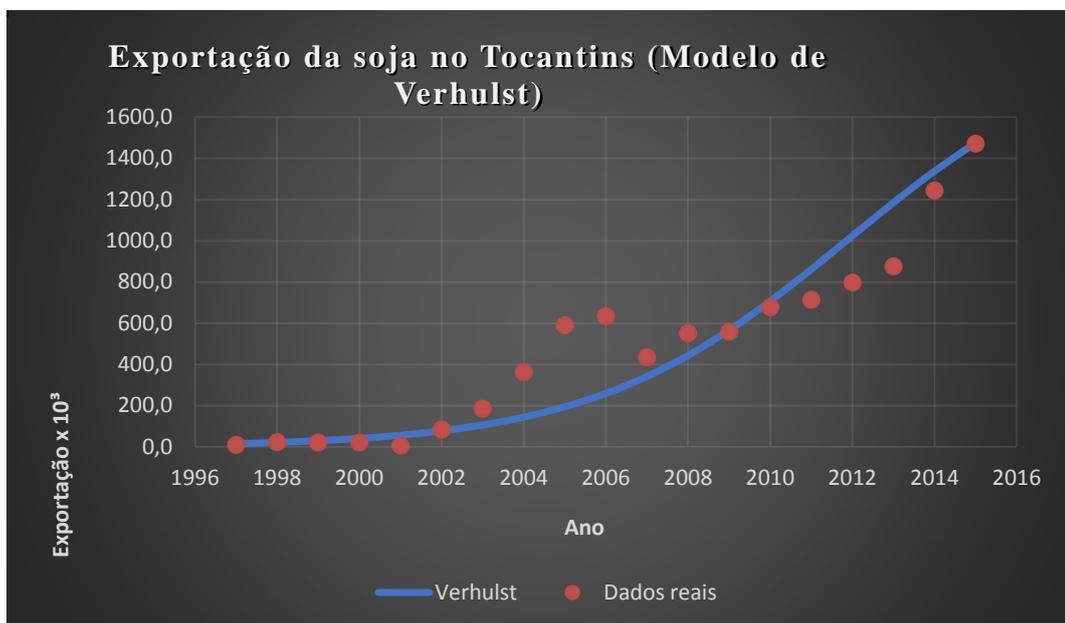


FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa.

Para o modelo de *Verhulst* conforme realizado anteriormente para a produção de soja, obteve-se um valor limite para exportação $K =$

2015,9 milhões de toneladas de soja, e uma taxa de crescimento $r = 0.3237$. A Figura 5 apresenta os resultados para o modelo de *Verhulst*.

Figura 5: Exportação de soja no Tocantins em função do tempo com o Modelo de *Verhulst*



FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Observa-se pelas Figuras 4 e 5 que o Modelo de *Verhulst* apresentou melhor ajuste aos dados de exportação de soja (Tabela 2), observa-se também pela Figura 5 uma tendência à estabilização pois há cada ano, as variações climáticas afetam tanto a produção e conseqüentemente a exportação.

3.3 PROJEÇÃO DA PRODUÇÃO E EXPORTAÇÃO DE SOJA ATÉ 2025

Segundo a CONAB (2015) a região MATOPIBA é responsável por 11% da produção brasileira de grãos, que corresponde a uma produção de

10.400 toneladas de soja. A produção de soja nesta região, corresponde à 54,5 % da produção de grãos. Em 2014 a produção de soja foi de 9000 mil toneladas e em 2015 foi de 10559,8 mil toneladas, com expectativa de 12.375 mil toneladas em 2024, segundo o MAPA (2015), com estimativa para a exportação da soja de 66 milhões de toneladas para o mesmo ano. O Tocantins é responsável por 25,7% da produção de soja da região MATOPIBA, conforme a Tabela 5, e estima-se que a produção de soja no Estado em 2024 seja de aproximadamente 3180 mil toneladas (MAPA, 2015).

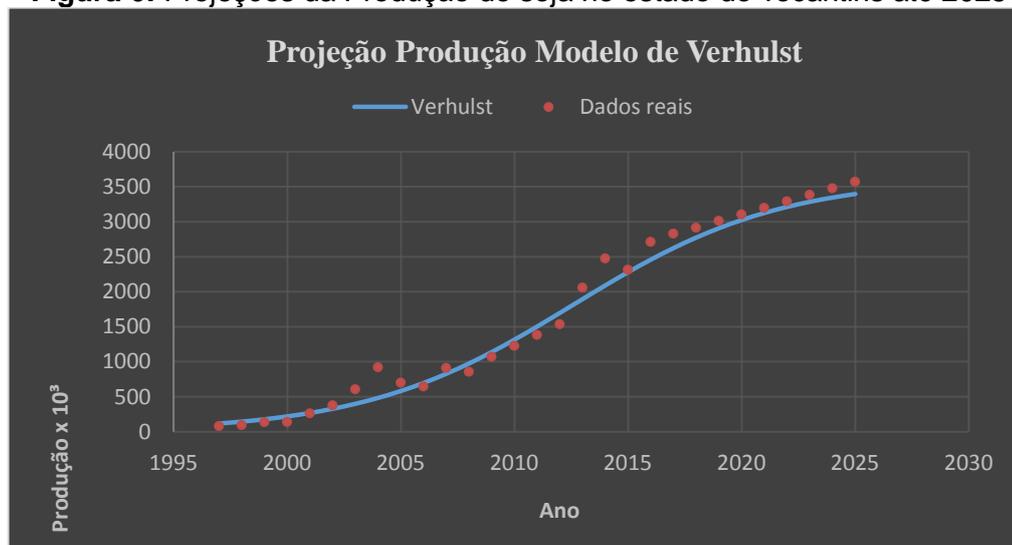
Tabela 5: Produção e Exportação Nacional e Tocantinense

ANO	*PRODUÇÃO		**EXPORTAÇÃO	
	PRODUÇÃO	TOCANTINENSE	EXPORTAÇÃO	TOCANTINENSE
2014	94281	2668,2	46770	1323,59
2015	95871	2713,1	48740	1379,34
2016	100041	2831,2	50710	1435,09
2017	103027	2915,7	52679	1490,82
2018	106480	3013,4	54649	1546,57
2019	109720	3105,1	56619	1602,32
2020	113044	3199,1	58589	1658,07
2021	116330	3292,1	60559	1713,82
2022	119632	3385,6	62528	1769,54
2023	122926	3478,8	64498	1825,29
2024	126223	3572,1	66468	1881,04

Fonte: MAPA (2015).

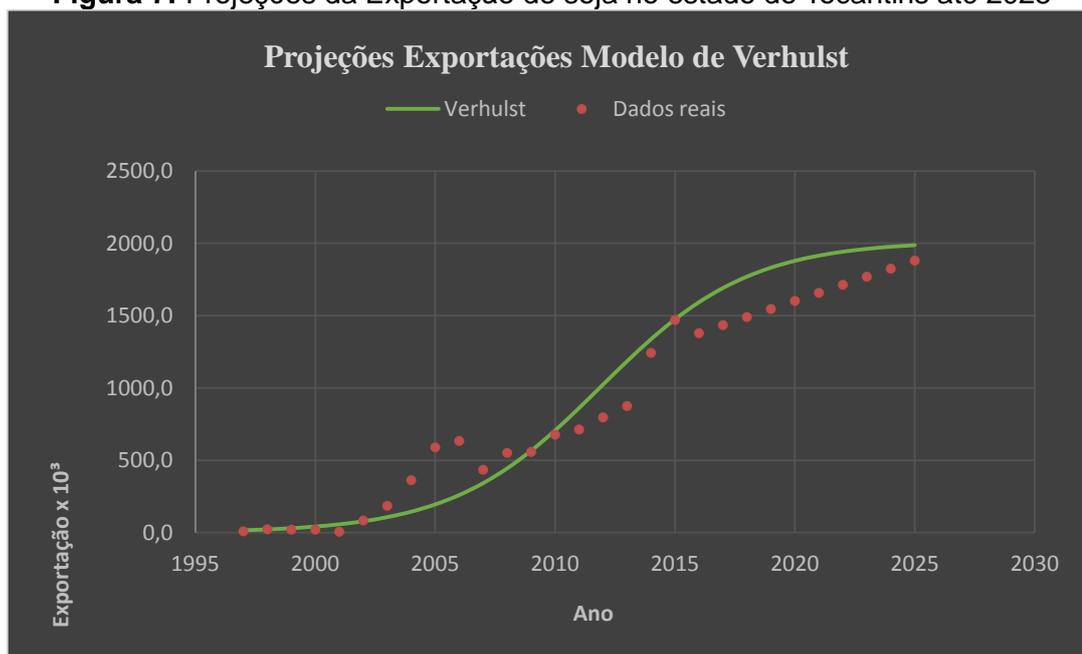
Como o modelo de *Malthus* não prevê o que ocorre numa população durante um intervalo de tempo razoavelmente longo, as projeções da

produção e exportação de soja até 2024 foram simuladas apenas pelo modelo de *Verhust* Figuras 6 e 7.

Figura 6: Projeções da Produção de soja no estado do Tocantins até 2025

FONTES: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Figura 7: Projeções da Exportação de soja no estado do Tocantins até 2025



FONTE: Rosa e Cruz, dados da pesquisa

Nas Figuras 6 e 7 pode-se observar que ambas projeções tendem a se estabilizar próximo ao ano de 2025 quando atinge a capacidade suporte tanto para a produção como para a exportação de soja no Estado do Tocantins.

Com base em todos os resultados obtidos, verificou-se que o melhor modelo que descreve a produção e exportação da soja no estado do Tocantins é o modelo logístico ou modelo de *Verhulst*.

4. CONCLUSÃO

Os resultados apresentados neste trabalho mostram que ambos os modelos utilizados no estudo da

dinâmica populacional podem ser utilizados para o estudo da produção e exportação de soja. Analisando os resultados obtidos durante todo o trabalho, o modelo de *Verhulst* foi o que ajustou melhor aos dados tanto para a produção quanto para a exportação da soja no estado do Tocantins.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao suporte financeiro dado pelo PIBIC-UFT, CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Processos nº 136974/2014-7; 457373/2014-8).

REFERÊNCIAS

Associação Brasileira das Indústrias de óleos vegetais (ABIOVE). **Outras Estatísticas do Comércio Exterior**. Disponível em: <<http://aliceweb.mdic.gov.br>> Acesso em: 31 de maio de 2016

Associação Nacional de produtores de Cereais (ANEC). **Desempenho das Exportações Brasileiras de Grãos**. Disponível em: <<http://www.anec.com.br>> Acesso em: 31 de maio de 2016

BASSANEZI, Rodney Carlos.; **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

CONAB. **Acompanhamento da safra brasileira de grãos**. Brasília: Conab, 2015. Disponível em: <<http://www.conab.gov.br>>. Acesso em 12 de Maio 2016.

CRUZ, Pedro A.; ROSA, Laina P.; CRUZ, Leandra C. C.; A utilização de modelos matemáticos para análise de parâmetros populacionais da cidade de Gurupi. **Revista Cereus**, v. 8, n. 1, p. 33-45, 2016.

DROZ, Jan M.; **Administrando os avanços da soja: dois cenários de expansão do cultivo da soja na América do Sul**. Amsterdã: AIDEnvironment, 2004. 71p.

GRACIAS Antônio C; LOURENÇO Sérgio R.; Aplicação de um modelo matemático na simulação da produção e importação de gás natural no Brasil até 2017. **Revista Produção Online**, v.10, n.3, 2010.

KUSSANO, Marilin Ribeiro; BATALHA, Mário Otavio. Custos logísticos agroindustriais: avaliação do escoamento da soja em grão do Mato Grosso para o mercado externo. **Gestão & Produção**, vol.19, n.3, p. 619-632, 2012.

MARION, Everson.; Parâmetros hídricos para estimativa do rendimento de grãos de soja. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA, PECUÁRIA E ABASTECIMENTO (MAPA). **Estatísticas de Comércio Exterior do Agronegócio Brasileiro**. Disponível em: <<http://sistemasweb.agricultura.gov.br/pages/AGROSTAT.html>> Acesso em: 22 Maio 2016

PARIZI, Ana Rita C. Funções de produção das culturas de milho e feijão através de estudo experimental e simulado. 205f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) - Curso de Pós graduação em Engenharia Agrícola, Universidade Federal de Santa Maria, RS, 2010.

PERERA, Luiz Carlos Jacob et al,. Competitividade da soja brasileira para exportação. **Cadernos de Pós graduação em Administração de Empresa**, v.3, n.1, p. 39-58, São Paulo-SP, 2003.

Secretaria do Comercio Exterior (SECEX). Disponível em: <<http://www.mdic.gov.br/sitio/interna/interna.php?area=1&menu=4859&refr=1695>> Acesso em: 05 junho 2016.

SECRETARIA AGRICULTURA E PECUARIA DO ESTADO DO TOCANTINS (SEAGRO). **Tocantins avança no setor agropecuário consolidando o setor do agronegócio.** Disponível em: <<http://seagro.to.gov.br/noticia/2015/10/2/tocantins-avanca-no-setor-agropecuário-consolidando-o-setor-do-agronegócio/>> Acesso em: 22 Maio 2016.

ZILL, Dennis G.; **Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem**, CENGAGE Learning-2009.

Recebido em:26/08/2016

Aprovado em:02/12/2016